

Déterminants



Exercice 1

Calculer le déterminant :

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ b+c & a+c & a+b \end{vmatrix}$$



Exercice 2

Calculer le déterminant :

$$D = \begin{vmatrix} 1 & \cos\theta & \cos2\theta \\ \cos\theta & \cos2\theta & \cos3\theta \\ \cos2\theta & \cos3\theta & \cos4\theta \end{vmatrix}$$



Exercice 3

Calculer le déterminant :

$$\begin{vmatrix} x+2 & 2x+3 & 3x+4 \\ 2x+3 & 3x+4 & 4x+5 \\ 3x+5 & 5x+8 & 10x+17 \end{vmatrix}$$



Exercice 4

Calculer le déterminant

$$\Delta = \begin{vmatrix} x & a & b & c \\ a & x & b & c \\ a & b & x & c \\ a & b & c & x \end{vmatrix}$$



Exercice 5

Calculer le déterminant :

$$D = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & a & b \\ 1 & a & 0 & c \\ 1 & b & c & 0 \end{vmatrix}$$



Exercice 6

Calculer le déterminant :

$$D = \begin{vmatrix} a+b & b+c & c+a \\ a^2+b^2 & b^2+c^2 & c^2+a^2 \\ a^3+b^3 & b^3+c^3 & c^3+a^3 \end{vmatrix}$$



Exercice 7

Calculer le déterminant

$$\Delta = \begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix}$$



Exercice 8

Calculer le déterminant d'ordre n

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & \dots \\ 1 & \dots & \dots & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$



Exercice 9

Calculer le déterminant d'ordre n

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} x & 1 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 1 & x & 1 & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & x & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & x & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & x & \dots \\ 1 & \dots & \dots & 1 & 1 & x \end{vmatrix}$$

Indications : on montrera que $\Delta_n = (x-1)\Delta_{n-1} + (x-1)^{n-1}$



Exercice 10

Soit $A = (a_{ij}) \in M_n(\mathbb{R})$ avec $a_{ij} = |i-j|$. Calculer $\det A$



Exercice 11

Montrer qu'il n'existe pas de matrice $A \in M_3(\mathbb{R})$ telle que $A^2 + I_3 = 0$